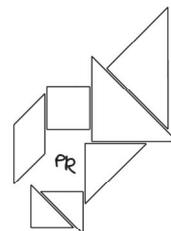




COPPA HILBERT UNDER 15

QUARTA EDIZIONE

Parma – 2 dicembre 2011



Istruzioni Generali

- * Si ricorda che per tutti i problemi occorre indicare sul cartellino delle risposte un numero **intero**, compreso tra **0000** e **9999**.
- * Se la quantità richiesta è un numero non intero (cioè se è un numero con la virgola, tipo 118,73) va indicata la sua parte intera (cioè si toglie la parte dopo la virgola prima di rispondere; nell'esempio si dovrebbe rispondere **0118**).
- * Se la quantità richiesta è un numero negativo, si indichi **0000**.
- * Se la quantità richiesta è un numero maggiore di 9999, si indichi **9999**.
- * Nello svolgimento dei calcoli può essere utile tener conto dei seguenti valori approssimati:

$$\sqrt{2} = 1.4142 \quad \sqrt{3} = 1.7321 \quad \sqrt{5} = 2.2361 \quad \sqrt{7} = 2.6458 \quad \pi = 3.1416.$$

Scadenze importanti

- * **20 minuti dall'inizio**: termine ultimo per la scelta del problema Jolly (dopo verrà assegnato d'ufficio il primo problema della lista).
- * **60 minuti dall'inizio**: termine ultimo per fare domande sul testo.
- * **120 minuti dall'inizio**: termine della gara.

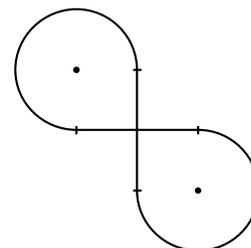
1. Il campione di guida in retromarcia

Il circuito di allenamento di Radiator Springs è lungo 9999 metri. Saetta e Cricchetto sono pronti alla partenza e fanno rombare i motori. Quando Sally dà il via, Saetta parte a razzo in avanti e Cricchetto inizia invece a correre in retromarcia, percorrendo la pista al contrario alla metà della velocità di Saetta. Quanta strada avrà percorso Cricchetto quando i due amici si incontreranno per la prima volta?



2. La Piston Cup

Il circuito della Piston Cup ha la forma di un 8, proprio come in figura ed è formata da due tratti rettilinei tra loro ortogonali e lunghi 1 chilometro e due archi di circonferenza di raggio 500 metri. Quanti metri è lunga la pista?



3. Niente pit stop per Saetta

Una volta ad una gara, Saetta McQueen partì con così tanta benzina che pesava 1500 kg, il 40% dei quali era carburante. Alla fine della gara il peso del carburante era diventato il 10% del peso complessivo di Saetta. Quanti chilogrammi pesava la macchina all'arrivo?

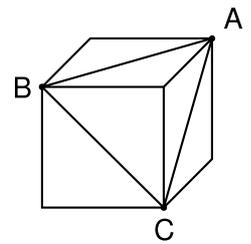
4. Carte top secret per l'agente Finn McMissile

In aeroporto ci sono diecimila cassette di sicurezza, numerate da 0000 a 9999. Finn McMissile deve aprire quella il cui numero è il più grande numero primo che divide $2011^2 - 1$. L'impareggiabile agente segreto ha scoperto che il 67 è uno di questi numeri primi, ma la cassetta 0067 è vuota, quindi ce ne deve essere anche uno maggiore. Che cassetta deve aprire?



5. Finn McMissile e la foto del motore

Una foto trovata recentemente, mostra che il motore del capo dei cattivi è a forma di cubo con lato di 40 cm. Per risalire all'identità di costui, basterebbe conoscere il perimetro del triangolo ABC (vedi figura). Quanti centimetri misura tale perimetro?



6. Ferrovie giapponesi

A Tokyo per il World Gran Prix, Cricchetto osserva incantato la linea ferroviaria che collega l'aeroporto con il centro. Ci sono in totale 12 treni che partono tutti dall'aeroporto, ad una distanza di 5 minuti uno dall'altro. Ognuno di essi, una volta arrivato a destinazione dopo 1 ora esatta di viaggio, aspetta 5 minuti e poi riparte sull'altro binario della stessa linea per tornare all'aeroporto. Quante volte avviene che uno di questi treni ne incontra un altro? (Va contato sia quando si incrociano lungo la linea, sia quando si incontrano nella stazione del centro.)



7. Il furgoncino alternativo e la ricetta segreta

Gli ingredienti del famoso bio-carburante di Fillmore sono quattro, numerati 1, 2, 3 e 4, e vanno aggiunti in un ordine ben preciso. Per determinarlo bisogna trovare tutti i numeri di 4 cifre formati con le cifre 1, 2, 3 e 4 messe in un ordine qualsiasi ma non ripetute. Questi numeri vanno poi elencati dal minore al maggiore e l'elenco va diviso in due parti di uguale lunghezza. L'ultimo numero della prima metà è quello le cui cifre danno l'ordine degli ingredienti. Che numero è?



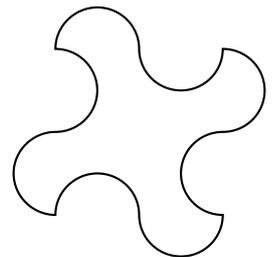
8. Utilitarie crescono

In Italia per la seconda gara del World Grand Prix, Luigi presenta Saetta a sua zia Dauphine e tutta la sua numerosa famiglia. Il 31 dicembre 2001 zia Dauphine aveva tre figli e la sua età era esattamente uguale alla somma delle loro età. Nel 2004 è nato il suo quarto figlio. Di quanti anni la somma delle età dei figli sarà maggiore dell'età di Dauphine il 31 dicembre 2011?



9. La ventola del turbo

La ventola del turbo di Saetta ha la forma in figura. Tutti gli archi sono mezze circonferenze del raggio di 10 cm, con i diametri tra di loro tutti paralleli o ortogonali. Quanti cm^2 misura l'area di questa figura?



10. I piani del Professor Zündapp

Il progetto della nuova arma del professore è scritto su alcuni fogli di carta rettangolari, tutti delle stesse dimensioni. Questi fogli vanno posti uno sopra l'altro e la pila così ottenuta va poi piegata in due per formare un libretto. A questo punto le pagine del libretto risultano numerate in ordine 1, 2, 3, 4, 5, ... dalla prima all'ultima pagina. In questo modo da ognuno dei fogli iniziali si sono ottenute quattro pagine del libretto. Se sommando i quattro numeri di pagina di uno dei fogli si ottiene 82, quanti erano i fogli iniziali?

11. Due spie e un solo numero

Finn McMissile si sta travestendo da auto da corsa e deve decidere che numero esibire sulla carrozzeria. Per farsi riconoscere dal suo contatto americano, è d'accordo di scegliere un numero che sia multiplo di 270. Per farsi riconoscere dal suo contatto giapponese, è d'accordo di scegliere un numero che sia un quadrato perfetto. Purtroppo 270 , 2×270 e 3×270 non sono quadrati perfetti. Qual è il più piccolo numero che possa andare bene?

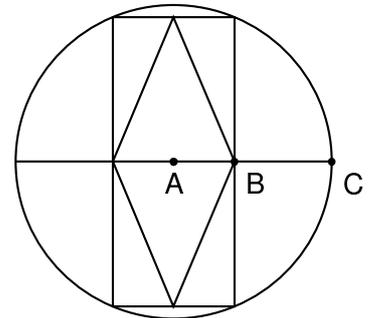


12. C'è una bomba su Cricchetto

La combinazione per disattivare la bomba addosso a Cricchetto è composta da 3 cifre distinte tra 1 e 7. Saetta sa inoltre che le cifre vanno inserite dalla più piccola alla più grande. Quante sono in tutto le combinazioni possibili?

13. La piazza

La piazza di Radiator Springs è un cerchio come quello in figura, con inscritto al suo interno un rettangolo e inscritto all'interno del rettangolo un rombo con gli assi paralleli ai lati del rettangolo. Trovare quanti metri misura il perimetro del rombo, sapendo che i segmenti AB e BC sono lunghi 53 metri e 89 metri rispettivamente.

**14. Con due motori è meglio**

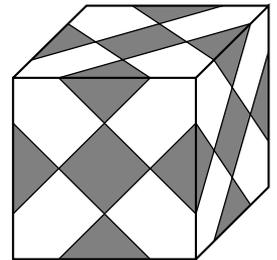
Saetta McQueen ha due motori, quello turbo, di potenza maggiore e quello di riserva, di potenza minore. La potenza massima, che Saetta ottiene sommando quelle dei due motori è 95×95 cavalli (da cui il numero sulla carrozzeria). La differenza di potenza tra i due motori è di 2011 cavalli. Quanti cavalli di potenza fornisce il motore turbo?

**15. Niente spiccioli per Cricchetto**

Cricchetto ha perso una scommessa con Mack e deve pagargli 5000 CarbonEuro, ma al momento dispone soltanto di banconote da 5, 50 e 500 CarbonEuro. In quanti modi può dargli quei soldi senza usare più di 20 banconote da 5?

16. Un regalo per Saetta

La confezione dei nuovi fanali comprati da Sally è un cubo con i lati di 20 cm e lei decide di abbellire il pacchetto con degli adesivi quadrati tutti uguali. Sally mette un adesivo al centro di ogni faccia del cubo e uno perfettamente a cavallo di ogni spigolo, in modo che gli adesivi si incontrano ai vertici, come mostrato in figura. Quanti cm^2 misura l'area totale degli adesivi usati da Sally?

**17. Il mercatino dei ricambi di occasione**

Cricchetto ha comprato un gran numero di vecchi ricambi al prezzo di 1 CarbonEuro ogni 3. Ha poi deciso di tenere 3 ricambi per sé e di rivendere tutti gli altri al prezzo di 2 CarbonEuro ogni 5. Se alla fine ha guadagnato 40 CarbonEuro, quanti ricambi aveva comprato all'inizio?

18. La terza gara del World Grand Prix

A Londra il percorso di gara cittadino prevede di correre lungo le strade del quartiere in figura. Per completare un giro occorre partire dal punto A e tornarvi dopo aver fatto un giro completo attorno al grosso palazzo a forma di croce che si vede in centro. Tenendo conto di tutte le stradine sono possibili tanti percorsi diversi. Quanti sono in tutto quelli che non fanno perdere tempo a Saetta (ovvero quelli lunghi esattamente come il perimetro del quartiere)?

